

Gostota gravitacijske energije, gravitacijski valovi

mag. Marijan Koželj, u.d.i.el*

20. oktober 2016

Povzetek

Vakuum je najnižje energijsko stanje prostora. Gostota energije zaradi električnega in magnetnega polja v prostoru je splošno znana. Tudi gravitacijsko polje predstavlja gostoto energije, ki pa je v našem čutnem svetu v primerjavi z omenjenima zelo velika. Prikazani so primeri izračunanih gostot energije, električnega, magnetnega in gravitacijskega polja. Spremembe gravitacijskih polj se kot gravitacijski valovi širijo skozi prostor. Polja so energija, so posrednik prenosa energije skozi prostor, tj. "odriv" energije v prostoru.

Ključne besede: gravitacijska energija, gostota energije v vakuumu, gravitacijski valovi

Gravitational energy density, gravitational waves

The vacuum is the lowest energy state of the space. The energy density of electric and magnetic fields in space is generally known. The gravitational field represents the energy density which is in our sensory perception world, in comparison with the two previously mentioned, very large. The examples of calculated energy densities, of electric, magnetic, and gravitational field are shown. Changes in gravitational fields propagate as gravitational waves throughout the space. Fields are energy, they are intermediary of energy transmission through space, i.e., energy propulsion ("push off") throughout the space.

Keywords: gravitational energy, energy density in the vacuum, gravitational waves

1 Gostota energije v električnem in v magnetnem polju

V električnem polju jakosti $E = 1 \text{ kV/mm} = 1 \text{ MV/m}$ je gostota energije

$$w_E = \frac{1}{2} E^2 \cdot \epsilon_0 = \frac{1}{2} (1 \cdot 10^6)^2 \cdot (8,854 \cdot 10^{-12}) = 4,43 \text{ J/m}^3, \quad (1)$$

pri tem je $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$ influenčna konstanta.

V magnetnem polju gostote $B = 1 \text{ T}$ je gostota energije

$$w_B = \frac{1}{2} B^2 / \mu_0 = \frac{1}{2} 1^2 / (4\pi \cdot 10^{-7}) = 0,398 \cdot 10^6 \text{ J/m}^3 = 0,111 \text{ kWh/m}^3, \quad (2)$$

pri tem je $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$ induksijska konstanta.

V magnetnem polju Zemlje, npr. pri gostoti $B = 45 \text{ } \mu\text{T}$, je gostota energije

$$w_{ZB} = \frac{1}{2} (45 \cdot 10^{-6})^2 / (4\pi \cdot 10^{-7}) = 0,806 \cdot 10^{-3} \text{ J/m}^3 \quad (3)$$

Poyntingov vektor pove, da večina elektromagnetne energije ne potuje skupaj z električnim tokom skozi električni vodnik, npr. nadzemnega daljnovoda, ampak v prostoru ob vodniku: $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$ vektorji, \vec{S} gostota pretoka elektromagnetne energije, \vec{E} električna poljska jakost, \vec{H} magnetna poljska jakost.

*Ul. Pavle Jeromnove 12, SI-1000 LJUBLJANA, Slovenia, mm.kozelj@gmail.com

2 Gostota energije v gravitacijskem polju

Kako do izračuna gostote energije v gravitacijskem polju - po analogiji za gostoto energije v električnem polju - predpostavka: moteči drugi naboji in telesa so zelo oddaljena:
Električna poljska jakost v oddaljenosti r od okrogle z nabojem Q :

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \quad (4)$$

napetost od površine krogle s polmerom r_0 do zelo oddaljene okolice:

$$U = \int_{r_0}^{\infty} E \, dr = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r_0} \quad (5)$$

element volumna, krogelna lupina: $dV = 4\pi r^2 \, dr$

in elektrostatična energija vsega prostora od polmera r_0 naprej:

$$W_E = \int_{r_0}^{\infty} \frac{1}{2} E^2 \epsilon_0 \, dV = \int_{r_0}^{\infty} \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r^2} = -\frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r} \Big|_{r \rightarrow \infty} \right) = -\frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_0} \quad (6)$$

Torej

E_g , gravitacija - analogno k električni poljski jakosti E itd.:

medsebojna sila pospeška v gravitacijskem polju, privlačne sile, predznaki opuščeni

$$F = m_2 \frac{m_0 G_0}{r_{0-2}^2} = m_2 a_{0-2} \quad (7)$$

pri tem je gravitacijska konstanta $G_0 = 6,67408 \cdot 10^{-11} \, m^3 kg^{-1} s^{-2}$.

Jakost polja gravitacije E_g v oddaljenosti r , ki ga ustvarja krogelna masa m_0 ; analogno k ϵ_0 vpeljem γ_0 in smiselno upoštevam predhodne enačbe od (4) do (7) ... gravitacijski pospešek

$$E_g = \frac{m_0}{4\pi\gamma_0} \frac{1}{r^2} = m_0 \frac{G_0}{r^2} = a = a_g \quad [m/s^2] \quad (8)$$

pri tem je $\gamma_0 = \frac{1}{4\pi G_0}$

ter gravitacijska napetost

$$U_g = \int_{r_0}^{\infty} E_g \, dr = \frac{1}{4\pi\gamma_0} \frac{m_0}{r_0} = G_0 \frac{m_0}{r_0} \quad [m^2/s^2] \quad (9)$$

gravitacijska energija v prostoru okoli mase m_0 od polmera r_0 naprej

$$W_g = \int_{r_0}^{\infty} \frac{1}{2} E_g^2 \gamma_0 \, dV = \frac{m_0^2}{8\pi\gamma_0} \frac{1}{r_0} = \frac{1}{2} G_0 \frac{m_0^2}{r_0} = \Delta m_0 c_0^2 \quad [J] \quad (10)$$

pri čemer je $c_0 = 2,997\,924\,58 \cdot 10^8 \, m/s$ hitrost svetlobe v vakuumu in

Δm_0 količina energije izražena v obliki masnega deficita; specifično:

$$\frac{\Delta m_0}{m_0} = \frac{1}{2} \frac{m_0}{r_0} \frac{G_0}{c_0^2} \quad (11)$$

ter gostota gravitacijske energije

$$w_g = \frac{1}{2} E_g^2 \gamma_0 = \frac{G_0}{8\pi} \frac{m_0^2}{r^4} = \frac{1}{2} a_g^2 \gamma_0 = \frac{a_g^2}{8\pi G_0} \quad [J/m^3] \quad (12)$$

Energija gravitacije znotraj krogelne mase:
če je

$$m(r) = m_0 \frac{r^3}{r_0^3} \quad (13)$$

masa v homogeni krogli zunanjega polmera r_0 do polmera r , je na polmeru r jakost polja gravitacije

$$E_{gn} = m_0 G_0 \frac{r^3}{r_0^3} \frac{1}{r^2} = m_0 G_0 \frac{r}{r_0^3} \quad (14)$$

in celotna notranja energija gravitacije homogene krogelne mase je

$$W_{gn} = \int_0^{r_0} \frac{1}{2} E_{gn}^2 \gamma_0 dV = \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi G_0} (m_0 G_0)^2 \int_0^{r_0} \left(\frac{r}{r_0^3} \right)^2 (4\pi r^2) dr = \frac{1}{10} G_0 \frac{m_0^2}{r_0} = \frac{1}{5} W_{gz} \quad (15)$$

kjer je $W_{gz} = W_g = \frac{1}{2} G_0 \frac{m_0^2}{r_0}$ gravitacijska energija v zunanosti krogle; če ima krogla homogeno gostoto mase, je znotraj krogle njena gravitacijska energija $W_{gn} = \frac{1}{10} G_0 \frac{m_0^2}{r_0} = \frac{1}{5} W_{gz}$. Če je gostota mase razporejena drugače, $m = m(r)$, je faktor za W_{gn} drugačen. se izračuna po zgledu enačb od (8) do (15).

3 Gravitacijska energija pri združevanju mas - teles v Vesolju

Za faktor $k_1 > 0$ večja (ali manjša) masa m_{01} se spoji z maso m_0 v skupno kroglo mase m_{02} ; poenostavljeno: vse specifične gostote mas mas pred in po spojitvi enake. Z upoštevanjem še geometrije krogle dobimo

$$\begin{aligned} m_{01} &= k_1 m_0, & m_{02} &= m_0 + m_{01} = (1 + k_1) m_0, \\ r_{01} &= r_0 k_1^{\frac{1}{3}}, & r_{02} &= r_0 (1 + k_1)^{\frac{1}{3}}, & k_1 &> 0 \end{aligned} \quad (16)$$

$$W_{gz2} = \frac{1}{2} G_0 \frac{m_{02}^2}{r_{02}} = W_{gz0} \frac{(1 + k_1)^2}{(1 + k_1)^{\frac{1}{3}}} = W_{gz0} (1 + k_1)^{\frac{5}{3}} > W_{gz0} \quad (17)$$

$$\frac{\Delta m_{01}}{m_{01}} = \frac{1}{2} \frac{m_{01}}{r_{01}} \frac{G_0}{c_0^2} = \frac{1}{2} \frac{m_0}{r_0} \frac{k_1}{k_1^{\frac{1}{3}}} \frac{G_0}{c_0^2} = \frac{\Delta m_0}{m_0} k_1^{\frac{2}{3}} \quad (18)$$

$$\frac{\Delta m_{02}}{m_{02}} = \frac{1}{2} \frac{m_{02}}{r_{02}} \frac{G_0}{c_0^2} = \frac{1}{2} \frac{m_0}{r_0} \frac{(1 + k_1)}{(1 + k_1)^{\frac{1}{3}}} \frac{G_0}{c_0^2} = \frac{\Delta m_0}{m_0} \frac{(1 + k_1)}{(1 + k_1)^{\frac{1}{3}}} = \frac{\Delta m_0}{m_0} (1 + k_1)^{\frac{2}{3}} \quad (19)$$

Razmerje specifičnega masnega deficita energije gravitacijskega polja nove spojene mase v primerjavi z vsoto posameznih prvotnih mas

$$\frac{\frac{\Delta m_{02}}{m_{02}}}{\frac{\Delta m_0}{m_0} + \frac{\Delta m_{01}}{m_{01}}} = \frac{(1 + k_1)^{\frac{2}{3}}}{1 + k_1^{\frac{2}{3}}} < 1 \quad (20)$$

Masni deficit pri združevanju dveh teles zaradi izsevanja gravitacijske energije v prostor, izražen z vsoto masnih deficitov prvotnih teles, upošteva (16) in (17):

$$W_{gz0} = \frac{1}{2} \frac{G_0 m_0^2}{r_0}, \quad W_{gz1} = W_{gz0} \cdot \frac{k_1^2}{k_1^{1/3}} = W_{gz0} k_1^{5/3}, \quad W_{gz2} = W_{gz0} (1 + k_1)^{5/3} \quad (21)$$

$$K_{012} = \frac{W_{gz2}}{W_{gz0} + W_{gz1}} = \frac{(1 + k_1)^{5/3}}{1 + k_1^{5/3}} > 1, \quad \text{če } k_1 > 0 \quad (22)$$

Numerično za nekatera razmerja $k_1 = m_{01}/m_0$ npr. dobimo

$$\begin{aligned} k_1 &= 0, & K_{012} &= 1 \\ k_1 &= 0,1, & K_{012} &= (1 + 0,1)^{5/3} / (1 + 0,1^{5/3}) = 1,1474 \\ k_1 &= 1, & K_{012} &= 1,5874 \\ k_1 &= 2, & K_{012} &= 1,49474 \\ k_1 &= 0,5, & K_{012} &= 1,49474 \end{aligned} \quad (23)$$

in gravitacijska energija združene mase je za faktor K_{012} večja od vsote posameznih mas, tj.

$$W_{gz2} = K_{012} (W_{gz0} + W_{gz1}) \quad (24)$$

Gravitacijska energija (17) večje mase je seveda večja kot od manjše mase (dokler gre za enake masne gostote), zelo hitro narašča; specifične gostote mase pri večji masi so večje, kar tudi pomeni več gravitacijske energije; večja masa ima v zunanjem prostoru več gravitacijske energije kot posamezne sestavine skupaj; specifični masni deficit (20) spojene mase pa je manjši od vsote komponent, ki ga sestavljajo - je očitno, dokler razmerje $k_1 = \frac{m_{01}}{m_0}$ ni zelo veliko, ko m_0 ne pride več do izraza.

Pri združevanju teles se količina masnega deficita za tvorbo gravitacijskega polja novega telesa v Vesolju v celoti povečuje (22), (24), združitev teles odda gravitacijski val.

Zgornje enačbe in v naslednjem poglavju izračunani numerični iznosi za W_g in w_g dodatno osvetljujejo rezultate prvih meritev gravitacijskih valov.

Gre za gostote energije v prostoru $1\ m^3$. Polja so energija v prostoru.

Gravitacijska energija = lastna energija gravitacijskega polja \neq potencialna energija tujega telesa med dvema točkama v gravitacijskem polju prvega telesa, zaradi gravitacijske sile! - je pa sorazmerje.

4 V človekovem življenjskem okolju, na Zemlji

Gostote energije so v zraku skoraj enake kot v vakuumu, razen da so prisotne molekule, atomi plinov in nekaj drugih primesi.

V gravitacijskem polju z gravitacijskim pospeškom, npr. $a_g = g_p = 9,83\ m/s^2$, je gostota energije

$$w_g = \frac{g_p^2}{8\pi G_0} = \frac{9,83^2}{8\pi \cdot 6,67408 \cdot 10^{-11}} = 57,6 \cdot 10^9\ J/m^3 = 16,0\ MWh/m^3 \quad (25)$$

kar pomeni masni deficit $\Delta m_0 = 0,641 \cdot 10^{-6}\ kg/m^3$.

Najverjetneje je za človeštvo velika sreča, da tolikšne gravitacijske energije ne znamo izrabljati - ali pa bo morda to, v (nekoliko bolj oddaljeni) prihodnosti, pogonsko sredstvo za medzvezdna potovanja. Znamo pa izrabljati energijo električnih in magnetnih polj, kar je večinoma v veliko dobrobit vsega človeštva.

Analogija je npr. γ -žarčenje na mikro nivoju, ki se npr. razvije ob dogajanju v atomskem jedru, ko se ob tem spreminja polje energije atoma v jedru in v prostoru okoli atoma (do "neskončnosti") in kar se odrazi kot izsevanje valovnega kvanta.

Npr. gravitacijska energija v celotno Vesolje in masni deficit zunanjega gravitacijskega polja mase $m_0 = 5,97 \cdot 10^{24}\ kg$ polmera $r_0 = 6,36 \cdot 10^6\ m$ je približno

$$W_{gz} = 0,187 \cdot 10^{33}\ J \quad (26)$$

$$\Delta m_0 = 2,08 \cdot 10^{15}\ kg, \quad (27)$$

oz. relativno $\Delta m_0/m_0 = 0,349 \cdot 10^{-9}$.

5 Zaključek

Gostota energije gravitacijskega polja v bližini planetov, zvezd in drugih teles velikih mas je enormna, tudi veliko velikostnih razredov večja kot gostota energije električnih ali magnetnih polj. Ni znano, kako jo izrabljati v korist vsega človeštva. Ni znano, kakšne bi bile posledice, če bi jo človeštvo znalo in začelo izrabljati v velikih količinah, kot je to počelo in počne s fosilnimi gorivi, z jedrsko energijo ter z drugimi viri.

Kadar se približujeta in združita dve veliki masi (npr. dve nevtronski zvezdi, "črna luknja požre" veliko vesoljsko telo), se gravitacijska polja znatno spreminjajo, v bližini in v vsem Vesolju. Tolikšno spreminjanje gravitacijskega polja pomeni valovanje, ki ga na Zemlji s primernimi senzorji zaznamo. Zgoraj izračunani numerični iznosi za W_g in w_g dodatno osvetljujejo tudi rezultate prvih meritev gravitacijskih valov.

S premiki mas v prostoru (v Vesolju) se z njimi premikajo tudi njihova lastna gravitacijska polja. S spremembami polj v prostoru se skozi prostor prenašajo energije.

Polja so energija v prostoru. Ta polja so posrednik prenosa energije skozi prostor, tako skozi vakuum kot skozi materijo, "odriv" energije v prostoru.

Indikator prisotnosti energije, ali njenega gradienta ali sprememb v diskretnih ali distribuiranih točkah prostora in časa, so s prijemašči v teh točkah sile, ali temperature, ki jih na kakršenkoli način znamo meriti.